| | | |
|---|---|---|
| | **UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID**<br>EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS<br>UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO<br>Curso **2018-2019**<br>**MATERIA**: MATEMÁTICAS II | **Ex. Modelo** |

## INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida.

Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora, siempre que no tenga NINGUNA de las siguientes características: posibilidad de transmitir datos, ser programable, pantalla gráfica, resolución de ecuaciones, operaciones con matrices, cálculo de determinantes, cálculo de derivadas, cálculo de integrales ni almacenamiento de datos alfanuméricos. Cualquiera que tenga alguna de estas características será retirada.

**CALIFICACIÓN:** La valoración de cada ejercicio se especifica en el enunciado.
**Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas**.

**TIEMPO:** 90 minutos.

---

## OPCIÓN A

**Ejercicio 1** . **Calificación máxima:** 2.5 puntos.

Para cada uno de los siguientes apartados, proponga un ejemplo de matriz cuadrada $A$, de dimensión $3 \times 3$, con todos sus números distintos de cero y con sus tres filas y columnas diferentes, que cumpla la condición pedida.

a) (0.5 puntos) El determinante de $A$ vale 0.
b) (0.5 puntos) El determinante de $A$ vale 1.
c) (0.5 puntos) La matriz $A$ coincide con su traspuesta.
d) (1 punto) Para una cierta matriz cuadrada $C$, distinta de la matriz nula y de la identidad, se verifica que $A \cdot C = C \cdot A$. (Debe proponer ejemplos concretos para las dos matrices $A$ y $C$.)

**Ejercicio 2** . **Calificación máxima:** 2.5 puntos.

La contaminación por dióxido de nitrógeno, $NO_2$, en cierta estación de medición de una ciudad, durante el pasado mes de abril, se puede modelar por la función $c(t) = 80 - 6t + \dfrac{23t^2}{20} - \dfrac{t^3}{30}\, mg/m^3$, donde $t \in [0, 30]$ representa el tiempo, **expresado en días**, transcurrido desde las 0 horas del día 1 de abril.

a) (0.5 puntos) ¿Qué nivel de $NO_2$, había a las 12 horas del día 10 de abril?
b) (1.25 puntos) ¿En qué momento se alcanzó el máximo nivel de $NO_2$?, ¿cuál fue ese nivel máximo?
c) (0.75 puntos) Calcule, mediante $\dfrac{1}{30}\displaystyle\int_0^{30} c(t)\, dt$, el nivel promedio del mes.

**Ejercicio 3** . **Calificación máxima:** 2.5 puntos.

Dados los puntos $A(1, 2, -3), B(1, 5, 0), C(5, 6, -1)$ y $D(4, -1, 3)$, se pide:

a) (1.5 puntos) Calcular el plano $\pi$ que contiene a los puntos $A, B, C$ y la distancia del punto $D$ a dicho plano.
b) (0.5 puntos) Calcular el volumen del tetraedro definido por los cuatro puntos dados.
c) (0.5 punto) Calcular el área del triángulo definido por $A$, $B$ y $C$.

**Ejercicio 4** . **Calificación máxima:** 2.5 puntos.

El examen de oposición a la Administración Local de cierta ciudad consta de 300 preguntas, con respuesta verdadero o falso. Un opositor responde al azar todas las preguntas. Se considera la variable aleatoria $X$("número de respuestas acertadas") y se pide:

a) (1.5 puntos) Justificar que la variable $X$ se puede aproximar por una normal y obtener los parámetros correspondientes.
b) (1 punto) Utilizando la aproximación por la normal, hallar la probabilidad de que el opositor acierte a lo sumo 130 preguntas y la probabilidad de que acierte exactamente 160 preguntas.

## OPCIÓN B

**Ejercicio 1**. **Calificación máxima:** 2.5 puntos.

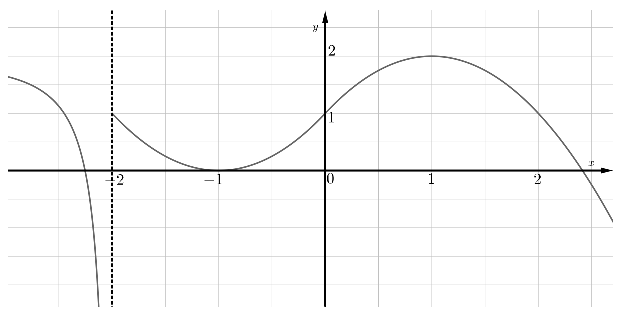
Dado el sistema de ecuaciones $\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & - & my & - & z & = & 0, \\ mx & - & 4y & + & (6-2m)z & = & -8m, \\ -x & + & 2y & + & z & = & 6, \end{array}\right.$ se pide:

a) (2 puntos) Discutir el sistema en función de los valores del parámetro $m$.

b) (0.5 puntos) Resolver el sistema en el caso $m = 6$.

**Ejercicio 2**. **Calificación máxima:** 2.5 puntos.

a) (1 punto) A partir de la siguiente gráfica de la función $f$, determine los valores de: $f'(-1)$, $\lim_{x\to -2^+} f(x)$, $\lim_{x\to -2^-} f(x)$, $\lim_{x\to 0} f(x)$.




b) (1.5 puntos) Calcule $\int_{-3}^{\pi} g(x)\,dx$, donde $g(x) = \left\{\begin{array}{lll} x^2+2x+1 & \text{si} & -3 \leq x \leq 0, \\ 1+\operatorname{sen} x & \text{si} & 0 < x \leq 4. \end{array}\right.$

**Ejercicio 3**. **Calificación máxima:** 2.5 puntos.

Dadas las rectas $r \equiv \left\{\begin{array}{l} x = 2+\lambda\,, \\ y = 3+\lambda\,, \\ z = 1-\lambda\,, \end{array}\right.$ $\quad s \equiv \left\{\begin{array}{l} x-y = 2\,, \\ y+z = 1\,, \end{array}\right.$ se pide:

a) (1 punto) Determinar la posición relativa de $r$ y $s$.

b) (1 punto) Obtener un plano que contenga a las dos rectas.

c) (0.5 puntos) Dado el punto $A(3,1,0)$, de la recta $s$, obtener un punto $B$, de la recta $r$, de modo que el vector $\overrightarrow{AB}$ sea perpendicular a la recta $r$.

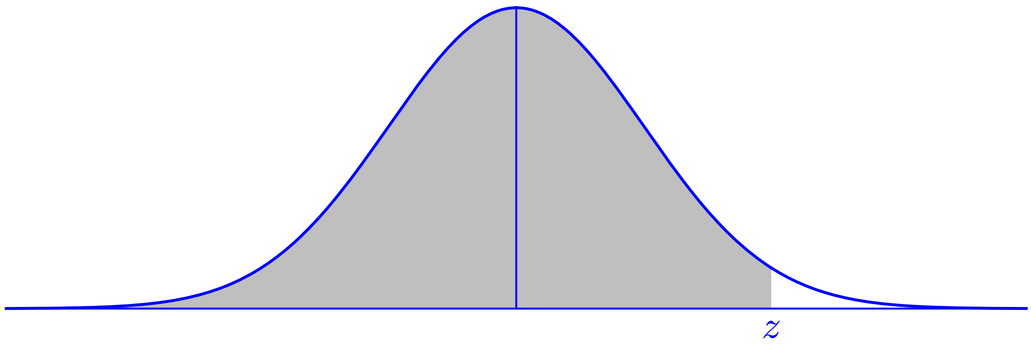
**Ejercicio 4**. **Calificación máxima:** 2.5 puntos.

El grupo de WhatsApp, formado por los alumnos de una escuela de idiomas, está compuesto por un 60% de mujeres y el resto varones. Se sabe que el 30% del grupo estudia alemán y que la cuarta parte de las mujeres estudia alemán. Se recibe un mensaje en el grupo. Se pide:

a) (1.25 puntos) Calcular la probabilidad de que lo haya enviado una mujer, si se sabe que el o la remitente estudia alemán.

b) (1.25 puntos) Si en el mensaje no hay ninguna información sobre el sexo y estudios del remitente, calcular la probabilidad de que sea varón y estudie alemán.

# Distribución Normal




Ejemplo: si $Z$ tiene distribución $\mathrm{N}(0,1)$, $P(Z < 0{,}45) = 0{,}6736$.

| $z$ | 0,00 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,05 | 0,06 | 0,07 | 0,08 | 0,09 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,0 | 0,5000 | 0,5040 | 0,5080 | 0,5120 | 0,5160 | 0,5199 | 0,5239 | 0,5279 | 0,5319 | 0,5359 |
| 0,1 | 0,5398 | 0,5438 | 0,5478 | 0,5517 | 0,5557 | 0,5596 | 0,5636 | 0,5675 | 0,5714 | 0,5753 |
| 0,2 | 0,5793 | 0,5832 | 0,5871 | 0,5910 | 0,5948 | 0,5987 | 0,6026 | 0,6064 | 0,6103 | 0,6141 |
| 0,3 | 0,6179 | 0,6217 | 0,6255 | 0,6293 | 0,6331 | 0,6368 | 0,6406 | 0,6443 | 0,6480 | 0,6517 |
| 0,4 | 0,6554 | 0,6591 | 0,6628 | 0,6664 | 0,6700 | 0,6736 | 0,6772 | 0,6808 | 0,6844 | 0,6879 |
| 0,5 | 0,6915 | 0,6950 | 0,6985 | 0,7019 | 0,7054 | 0,7088 | 0,7123 | 0,7157 | 0,7190 | 0,7224 |
| 0,6 | 0,7257 | 0,7291 | 0,7324 | 0,7357 | 0,7389 | 0,7422 | 0,7454 | 0,7486 | 0,7517 | 0,7549 |
| 0,7 | 0,7580 | 0,7611 | 0,7642 | 0,7673 | 0,7704 | 0,7734 | 0,7764 | 0,7794 | 0,7823 | 0,7852 |
| 0,8 | 0,7881 | 0,7910 | 0,7939 | 0,7967 | 0,7995 | 0,8023 | 0,8051 | 0,8078 | 0,8106 | 0,8133 |
| 0,9 | 0,8159 | 0,8186 | 0,8212 | 0,8238 | 0,8264 | 0,8289 | 0,8315 | 0,8340 | 0,8365 | 0,8389 |
| 1,0 | 0,8413 | 0,8438 | 0,8461 | 0,8485 | 0,8508 | 0,8531 | 0,8554 | 0,8577 | 0,8599 | 0,8621 |
| 1,1 | 0,8643 | 0,8665 | 0,8686 | 0,8708 | 0,8729 | 0,8749 | 0,8770 | 0,8790 | 0,8810 | 0,8830 |
| 1,2 | 0,8849 | 0,8869 | 0,8888 | 0,8907 | 0,8925 | 0,8944 | 0,8962 | 0,8980 | 0,8997 | 0,9015 |
| 1,3 | 0,9032 | 0,9049 | 0,9066 | 0,9082 | 0,9099 | 0,9115 | 0,9131 | 0,9147 | 0,9162 | 0,9177 |
| 1,4 | 0,9192 | 0,9207 | 0,9222 | 0,9236 | 0,9251 | 0,9265 | 0,9279 | 0,9292 | 0,9306 | 0,9319 |
| 1,5 | 0,9332 | 0,9345 | 0,9357 | 0,9370 | 0,9382 | 0,9394 | 0,9406 | 0,9418 | 0,9429 | 0,9441 |
| 1,6 | 0,9452 | 0,9463 | 0,9474 | 0,9484 | 0,9495 | 0,9505 | 0,9515 | 0,9525 | 0,9535 | 0,9545 |
| 1,7 | 0,9554 | 0,9564 | 0,9573 | 0,9582 | 0,9591 | 0,9599 | 0,9608 | 0,9616 | 0,9625 | 0,9633 |
| 1,8 | 0,9641 | 0,9649 | 0,9656 | 0,9664 | 0,9671 | 0,9678 | 0,9686 | 0,9693 | 0,9699 | 0,9706 |
| 1,9 | 0,9713 | 0,9719 | 0,9726 | 0,9732 | 0,9738 | 0,9744 | 0,9750 | 0,9756 | 0,9761 | 0,9767 |
| 2,0 | 0,9772 | 0,9778 | 0,9783 | 0,9788 | 0,9793 | 0,9798 | 0,9803 | 0,9808 | 0,9812 | 0,9817 |
| 2,1 | 0,9821 | 0,9826 | 0,9830 | 0,9834 | 0,9838 | 0,9842 | 0,9846 | 0,9850 | 0,9854 | 0,9857 |
| 2,2 | 0,9861 | 0,9864 | 0,9868 | 0,9871 | 0,9875 | 0,9878 | 0,9881 | 0,9884 | 0,9887 | 0,9890 |
| 2,3 | 0,9893 | 0,9896 | 0,9898 | 0,9901 | 0,9904 | 0,9906 | 0,9909 | 0,9911 | 0,9913 | 0,9916 |
| 2,4 | 0,9918 | 0,9920 | 0,9922 | 0,9925 | 0,9927 | 0,9929 | 0,9931 | 0,9932 | 0,9934 | 0,9936 |
| 2,5 | 0,9938 | 0,9940 | 0,9941 | 0,9943 | 0,9945 | 0,9946 | 0,9948 | 0,9949 | 0,9951 | 0,9952 |
| 2,6 | 0,9953 | 0,9955 | 0,9956 | 0,9957 | 0,9959 | 0,9960 | 0,9961 | 0,9962 | 0,9963 | 0,9964 |
| 2,7 | 0,9965 | 0,9966 | 0,9967 | 0,9968 | 0,9969 | 0,9970 | 0,9971 | 0,9972 | 0,9973 | 0,9974 |
| 2,8 | 0,9974 | 0,9975 | 0,9976 | 0,9977 | 0,9977 | 0,9978 | 0,9979 | 0,9979 | 0,9980 | 0,9981 |
| 2,9 | 0,9981 | 0,9982 | 0,9982 | 0,9983 | 0,9984 | 0,9984 | 0,9985 | 0,9985 | 0,9986 | 0,9986 |
| 3,0 | 0,9987 | 0,9987 | 0,9987 | 0,9988 | 0,9988 | 0,9989 | 0,9989 | 0,9989 | 0,9990 | 0,9990 |

**Ex.Mod.**

**MATEMÁTICAS II**

**CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN**

**Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.**
En cada ejercicio, aunque el procedimiento seguido sea diferente al propuesto en las soluciones, cualquier argumento válido que conduzca a la solución será valorado con la puntuación asignada.

---

## OPCIÓN A

### Ejercicio 1.

**a)** Resultado: 0.25 puntos. Justificación 0.25 puntos.
**b)** Resultado: 0.25 puntos. Justificación 0.25 puntos.
**c)** Resultado: 0.25 puntos. Justificación 0.25 puntos.
**d)** Resultado: 0.5 puntos. Justificación 0.5 puntos.

### Ejercicio 2.

**a)** Saber en qué punto hay que evaluar: 0.25 puntos. Resultado de la evaluación: 0.25 puntos.
**b)** Calcular la derivada: 0.25 puntos. Hallar los puntos críticos 0.25 puntos. Obtener y justificar el momento en que se alcanza máximo: 0.5 puntos. Decir el valor máximo: 0.25 puntos.
**c)** Calcular la primitiva: 0.5 puntos. Aplicar la regla de Barrow: 0.25 puntos.

### Ejercicio 3.

**a)** Calcular el plano: 1 punto (repartido en procedimiento: 0.5, cálculos: 0.5). Calcular la distancia: 0.5 puntos (procedimiento: 0.25, cálculos: 0.25).
**b)** Procedimiento: 0.25 puntos. Cálculos: 0.25 puntos.
**c)** Procedimiento: 0.25 puntos. Cálculos: 0.25 puntos.

### Ejercicio 4.

**a)** Justificar que $X$ es $B(300, 0.5)$ y se puede aproximar por una normal: 0.5 puntos. Obtener correctamente cada parámetro de la normal: 0.5 puntos.
**b)** Cada probabilidad: 0.5 puntos, repartidos en 0.25 por el procedimiento y 0.25 por el resultado.

## OPCIÓN B

### Ejercicio 1.

**a)** Por la obtención de los valores críticos ($m = 2, m = 6$): 0.5 puntos (repartidos en planteamiento: 0.25; resolución: 0.25). Por discutir el sistema en cada uno de los tres casos ($[m = 2]$, $[m = 6]$, $[m \neq 2, m \neq 6]$): 0.5 puntos.
**b)** Procedimiento: 0.25 puntos. Cálculos: 0.25 puntos.

### Ejercicio 2.

**a)** Determinar correctamente cada valor: 0.25 puntos.
**b)** Plantear correctamente la suma de las dos integrales: 0.5 puntos. Obtener cada primitiva: 0.25 puntos. Aplicar correctamente la regla de Barrow en cada integral: 0.25 puntos.

### Ejercicio 3.

**a)** Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.
**b)** Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.
**c)** Planteamiento: 0.25 puntos. Resolución: 0.25 puntos.

### Ejercicio 4.

**a)** Identificar la probabilidad a calcular: 0.5 puntos. Procedimiento: 0.5 puntos. Resultado: 0.25 puntos.
**b)** Identificar la probabilidad a calcular: 0.5 puntos. Procedimiento: 0.5 puntos. Resultado: 0.25 puntos.

# MATEMÁTICAS II—SOLUCIONES
## OPCIÓN A

### Ejercicio 1

**a)** Basta elegir $A$ de modo que una fila sea combinación lineal de las restantes. Ejemplo: $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \\ 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$.

**b)** Se puede partir de una matriz con determinante $d \neq 0$ y multiplicar una fila por $1/d$, de este modo el determinante queda multiplicado por ese número y la nueva matriz tendría determinante igual a 1. Ejemplo: Como $\det \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = 2$, podemos tomar $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$.

**c)** Para que $A$ coincida con su traspuesta, debe ser simétrica. Ejemplo: $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$.

**d)** Para $A$ podemos tomar cualquier matriz de dimensión $3 \times 3$, formada por números distintos de cero y con sus filas y columnas distintas y como matriz $C$ se podría elegir la propia matriz $A$ o también una matriz diagonal con los tres elementos de la diagonal iguales.
Por ejemplo: $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ verifican que $A \cdot C = C \cdot A = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 2 \\ 6 & 2 & 6 \\ 2 & 6 & 4 \end{pmatrix}$.

---

### Ejercicio 2

**a)** Las 12 horas del día 10 de abril, corresponden a $t = 9.5$ y el nivel de $NO_2$ será $c(9.5) = 98.21\, mg/m^3$.

**b)** Se trata de hallar el máximo absoluto de $c(t)$ en el intervalo $[0, 30]$. La derivada es $c'(t) = -6 + \dfrac{23t}{10} - \dfrac{t^2}{10}$, que se anula en $t = 3$ y $t = 20$. Como $c(0) = 80$, $c(3) = 71.45$, $c(20) \approx 153.33$ y $c(30) = 35$, el máximo absoluto se alcanza en $t = 20$, es decir las 24 horas del 20 de abril, y su valor es $153.33\, mg/m^3$.

**c)** El nivel promedio es $\dfrac{1}{30}\displaystyle\int_0^{30} c(t)\, dt = \dfrac{1}{30}\left[80t - 3t^2 + \dfrac{23}{60}t^3 - \dfrac{1}{120}t^4\right]_0^{30} = \boxed{110\, mg/m^3}$.

---

### Ejercicio 3

**a)** Dado que $\overrightarrow{AB} = (0, 3, 3)$ y $\overrightarrow{AC} = (4, 4, 2)$, el plano $\pi$ tiene por ecuación:
$\pi \equiv \begin{vmatrix} x-1 & y-2 & z+3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \boxed{x - 2y + 2z + 9 = 0}$.

La distancia del punto al plano es $\boxed{\text{distancia}(D, \pi) = \dfrac{21}{\sqrt{1+4+4}} = 7}$.

**b)** El volumen de tetraedro es $V = \dfrac{1}{6}|[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}]| = \dfrac{1}{6}\left|\begin{vmatrix} 3 & -3 & 6 \\ 0 & 3 & 3 \\ 4 & 4 & 2 \end{vmatrix}\right| = \boxed{21}$.

**c)** El área del triángulo es $S = \dfrac{1}{2}\|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\| = \dfrac{1}{2}\|(0, 3, 3) \times (4, 4, 2)\| = \dfrac{1}{2}\|(-6, 12, -12)\| = \boxed{9}$.
Nótese que el volumen del tetraedro coincide con $1/3$ del área de la base (que es el triángulo $ABC$) por la altura (que es justamente distancia$(D, \pi)$).

---

### Ejercicio 4

**a)** La variable aleatoria $X$ : "número de respuestas acertadas, tiene una distribución $B(300, 0.5)$ y puede aproximarse mediante una v. a. normal $Y$ de media $\mu = 300/2 = 150$ y desviación típica $\sigma = \sqrt{300 \cdot 0.25} = \sqrt{75} \approx 8.66$, $Y = N(150, 8.66)$.

**b)** La probabilidad de que el opositor acierte a lo sumo 130 preguntas, usando la corrección de continuidad, puede aproximarse por $P(Y < 130.5)$. Si $Z = \dfrac{Y - 150}{8.66}$, se tiene:
$P(Y < 130.5) = P(Z < -2.25) = 1 - P(Z < 2.25) \approx 1 - 0.9878 = 0.0122.$
La probabilidad de que acierte 160 respuestas se aproxima por:
$P(X = 160) \approx P(159.5 \leq Y \leq 160.5) = P(1.1 \leq Z \leq 1.21) = P(Z \leq 1.21) - P(Z < 1.1) \approx 0.0226.$

# SOLUCIONES
## OPCIÓN B

### Ejercicio 1

**a)** Sea $A$ la matriz de coeficientes del sistema y $[A|b]$ la matriz ampliada. Entonces

$$[A|b] = \left[\begin{array}{rrr|r} 1 & -m & -1 & 0 \\ m & -4 & 6-2m & -8m \\ -1 & 2 & 1 & 6 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{rrr|c} 1 & -m & -1 & 0 \\ 0 & 2-m & 0 & 6 \\ 0 & 0 & m-6 & 2(m-6) \end{array}\right].$$

• Si $m \neq 2, m \neq 6$: $\text{Rango}(A) = \text{Rango}(A|b) = 3 =$ nº incógnitas $\Rightarrow$ Sistema compatible determinado.
• Si $m = 6$: $\text{Rango}(A) = \text{Rango}(A|b) = 2 <$ nº incógnitas $\Rightarrow$ Sistema compatible indeterminado.
• Si $m = 2$: $\text{Rango}(A) = 2 \neq \text{Rango}(A|b) = 3 \Rightarrow$ Sistema incompatible.

**b)** Si $m = 6$, es $[A|b] \sim \left[\begin{array}{rrr|r} 1 & -6 & -1 & 0 \\ 0 & -4 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$ y despejando se obtiene $\boxed{\left\{\begin{array}{l} x = \lambda - 9, \\ y = -3/2, \qquad \lambda \in \mathbb{R}. \\ z = \lambda, \end{array}\right.}$

---

### Ejercicio 2

**a)** $f'(-1) = 0$ (la tangente es horizontal). Por otra parte $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x) = 1, \quad \lim\limits_{x\to -2^-} f(x) = -\infty, \quad \lim\limits_{x\to 0} f(x) = 1.$

**b)** La integral pedida es:

$$\int_{-3}^{0} (x^2+2x+1)\,dx + \int_0^{\pi} (1+\operatorname{sen} x)\,dx = \left(\frac{x^3}{3} + x^2 + x\right)\Bigg|_{-3}^{0} + (x - \cos x)\Bigg|_0^{\pi} = -(-9+9-3)+\pi+2 = \boxed{5+\pi}.$$

---

### Ejercicio 3

**a)** Unas ecuaciones paramétricas de la recta $s$ son $\left\{\begin{array}{l} x = 2+\mu\,, \\ y = \mu\,, \\ z = 1-\mu\,, \end{array}\right.$ lo que prueba que $\overrightarrow{v} = (1,1,-1)$ es vector director de ambas rectas. Además, el punto $P(2,3,1)$ está en $r$, pero no en $s$. Por lo tanto las rectas son $\boxed{\text{paralelas}}$.

**b)** El plano $\pi$ que contiene a ambas rectas está determinado por el punto $P$, el vector $\overrightarrow{v} = (1,1,-1)$ y el vector $\overrightarrow{PQ}$, con $Q(2,0,1)$. Por tanto $\pi \equiv \begin{vmatrix} x-2 & y-3 & z-1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & -3 & 0 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \boxed{x+z=3}$.

**c)** Dado un punto genérico $B(2+\lambda, 3+\lambda, 1-\lambda)$ de la recta $r$, el vector $\overrightarrow{AB} = (\lambda-1, 2+\lambda, 1-\lambda)$ debe verificar que $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{v} = 0$. Lo que equivale a $\lambda = 0$ y $\boxed{B(2,3,1)}$.

---

### Ejercicio 4

Se consideran los sucesos $M =$ "Ser mujer", $A =$"Estudiar alemán".
Los datos son: $P(M) = 0.6$, $P(A) = 0.3$, $P(A|M) = 0.25$.

**a)** $P(M|A) = \dfrac{P(M)P(A|M)}{P(A)} = \boxed{0.5}$.

**b)** $P(A \cap \overline{M}) = P(A) - P(A\cap M) = P(A) - P(M)P(A|M) = \boxed{0.15}$.

**DOCUMENTO DE ORIENTACIONES PARA LA EvAU**

# Matemáticas II. Curso 2018/2019

## ESTRUCTURA DEL EXAMEN

El examen constará de **cuatro problemas igualmente ponderados,** cada uno de ellos relativo a uno de los cuatro bloques con contenido específico del currículo oficial de MATEMÁTICAS II, 2º Bachillerato: ÁLGEBRA, ANÁLISIS, GEOMETRÍA y PROBABILIDAD.

## CONTENIDOS

Las pruebas se elaborarán de acuerdo con las matrices de contenidos recogidos en el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre. Además según las especificaciones de estándares de aprendizaje evaluables de la orden ECD/1941/2016, de 22 de diciembre y con el Decreto 52/2015, de 21 de mayo de la Comunidad de Madrid, se podrá pedir en las mismas la realización de tareas similares a las siguientes:

### ÁLGEBRA

- Usar matrices como herramienta para representar datos estructurados y sistemas de ecuaciones lineales.
- Realizar operaciones con matrices y aplicar propiedades.
- Calcular determinantes de orden menor o igual que 4 y manejar las propiedades elementales.
- Calcular la inversa de una matriz cuadrada de orden no superior a tres. Usar adecuadamente las propiedades de la matriz inversa.
- Calcular el rango de una matriz de orden no superior a 4, por determinantes o por el método de Gauss. Estudiar el rango de una matriz que dependa como máximo de un parámetro.
- Resolver sistemas de ecuaciones lineales. Discutir las soluciones de un sistema lineal, dependiente de un parámetro.
- Plantear y resolver problemas que simulen situaciones de la vida real, cuya solución pueda obtenerse a partir de un sistema lineal de, como máximo, tres ecuaciones con tres incógnitas.

### ANÁLISIS

- Calcular el límite de una función en un punto y en el infinito. Calcular límites laterales y resolver indeterminaciones sencillas.
- Interpretar el significado de la continuidad y la discontinuidad. Identificar funciones continuas y tipos de discontinuidad. Manejar operaciones algebraicas con funciones continuas y composición de funciones continuas.
- Usar el teorema de Bolzano para localizar soluciones de una ecuación.
- Manejar y saber interpretar el concepto de derivada de una función en un punto. Manejar las propiedades de la derivación y calcular derivadas.

- Usar derivadas para estudiar intervalos de crecimiento y decrecimiento y valores extremos. Plantear y resolver de problemas de optimización.
- Conocer y aplicar los resultados del Teorema de Rolle, el Teorema del Valor Medio y la regla de L'Hôpital.
- Calcular primitivas inmediatas y de funciones que sean derivadas de una función compuesta. Integrar por partes y mediante cambio de variables (ejemplos simples). Integrar funciones racionales (con denominador de grado no mayor que dos).
- Calcular áreas de recintos limitados por rectas o curvas sencillas.

**GEOMETRÍA**

- Operar con vectores del espacio tridimensional. Estudiar la dependencia e independencia lineal. Manejar los conceptos de base y coordenadas.
- Manejar el producto escalar: definición, propiedades e interpretación geométrica; vectores unitarios, ortogonales y ortonormales.
- Calcular el ángulo entre dos vectores.
- Manejar el producto vectorial: definición, propiedades e interpretación geométrica.
- Manejar el producto mixto de tres vectores: definición, propiedades e interpretación geométrica.
- Aplicar los distintos productos al cálculo de áreas y volúmenes.
- Obtener ecuaciones de rectas en el espacio, en cualquiera de sus formas. Obtener ecuaciones de planos. Estudiar la posición relativa de puntos, rectas y planos en el espacio.
- Resolver problemas de geometría afín con rectas y planos.
- Calcular distancias entre puntos rectas y planos, así como ángulos entre dos planos, entre dos rectas que se corten y entre una recta y un plano.

**PROBABILIDAD**

- Calcular la probabilidad de sucesos aleatorios, mediante la regla de Laplace o las fórmulas de la axiomática de Kolmogorov.
- Calcular probabilidades condicionadas. Usar el teorema de probabilidad total y la fórmula de Bayes.
- Identificar variables aleatorias discretas. Calcular probabilidades de sucesos asociados a una distribución binomial. Calcular la media y la desviación típica de una variable aleatoria con distribución binomial.
- Calcular probabilidades de sucesos que se puedan modelizar mediante una distribución binomial, a partir de su aproximación por la normal.
- Calcular probabilidades de sucesos que pueden modelizarse mediante una distribución normal.